**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Факультет прикладной математики и информатики

Исследование операций

Лабораторная работа №3

**Подготовил**

студент 3 курса 3 группы

Алексеенко Иван Юрьевич

**Преподаватель**

Исаченко А.Н.

**СТР. 14 №1а (Дейкстра)**

Найти кратчайший путь от вершины *x*1 до вершины *x*7 в следующих графах:

*x*2

*x*3

*x*1

2

6

*x*10

2

1

*x*9

1

2

2

7

5

8

3

6

2

2

3

*x*6

*x*7

2

*x*8

*x*5

*x*4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **k** | **s** | **X1** | **X2** | **X3** | **X4** | **X5** | **X6** | **t** | **X8** | **X9** | **X10** |  |
| **1** | **(0,1)\*** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** |
| **2** |  | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(2,s)\*** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** |
| **3** |  | **(5,x4)** | **(inf,s)** |  | **(5,x2)** | **(inf,s)** | **(4,x2)\*** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** | **(inf,s)** |

**Получили путь x1->x4->x7 с весом = 4;**

**СТР. 14 №2б (Форда - Беллмана)**

Найти кратчайшие расстояния от вершины *x*1 до всех остальных вершин в следующих графах:

-3

*x*9

*x*6

4

*x*8

-1

3

-2

*x*7

5

2

*x*5

-3

*x*4

4

-3

2

3

*x*3

1

*x*2

*x*1

-1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 0 | -1 | inf | 3 | inf | inf | inf | inf | inf |
| 2 | -1 | 0 | 1 | inf | 2 | inf | inf | inf | inf |
| 3 | inf | 1 | 0 | inf | -3 | 4 | inf | inf | inf |
| 4 | 3 | inf | inf | 0 | -3 | inf | 5 | inf | inf |
| 5 | inf | 2 | -3 | -3 | 0 | 2 | -2 | -1 | inf |
| 6 | inf | inf | 4 | inf | 2 | 0 | inf | inf | -3 |
| 7 | inf | inf | inf | 5 | -2 | inf | 0 | 3 | inf |
| 8 | inf | inf | inf | inf | -1 | inf | 3 | 0 | 4 |
| 9 | inf | inf | inf | inf | inf | -3 | inf | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **(0,1)** | **(-1,1)** | **(inf,1)** | **(3,1)** | **(inf,1)** | **(inf,1)** | **(inf,1)** | **(inf,1)** | **(inf,1)** |
| **(-2,2)** | **(-1,1)** | **(0,2)** | **(3,1)** | **(0,4)** | **(inf,1)** | **(8,4)** | **(inf,1)** | **(inf,1)** |
| **(-2,2)** | **(-3,1)** | **(-3,5)** | **(-3,5)** | **(-3,3)** | **(2,5)** | **(-2,5)** | **(-1,5)** | **(inf,1)** |
| **(-4, 2)** | **(-3, 1)** | **(-6,5)** | **(-6,5)** | **(-6,3)** | **(-1,5)** | **(-5,5)** | **(-4,5)** | **(-1,6)** |
| **(-4,2)** | **(-5,1)** | **(-9,5)** | **(-9,5)** | **(-9,3)** | **(-4,5)** | **(-8,5)** | **(-7,5)** | **(-4,6)** |
| **(-6,2)** | **(-8,3)** | **(-12,5)** | **(-12,5)** | **(-12,3)** | **(-7,5)** | **(-11,5)** | **(-10,5)** | **(-7,6)** |
| **(-9,2)** | **(-11,3)** | **(-15,5)** | **(-15,5)** | **(-15,3)** | **(-10,5)** | **(-14,5)** | **(-13,5)** | **(-10,6)** |
| **(-12,2)** | **(-14,3)** | **(-18,5)** | **(-18,5)** | **(-18,3)** | **(-13,5)** | **(-17,5)** | **(-16,5)** | **(-13,6)** |
| **(-15,2)** | **(-17,3)** | **(-21,5)** | **(-21,5)** | **(-21,3)** | **(-16,5)** | **(-20,5)** | **(-19,5)** | **(-16,6)** |
| **(-18,2)** | **(-20,3)** | **(-24,5)** | **(-24,5)** | **(-24,3)** | **(-19,5)** | **(-23,5)** | **(-22,5)** | **(-19,6)** |

**На последней итерации метки вершин изменились => существует цикл отлицательной длины (например, x1 -> x2 -> x3 -> x5 -> x3 -> x5 -> x3 -> x5 > x3-> x2 -> x1)**

**Ответ: нет решений.**

**№ 4б (Флойда)**

Определить кратчайшие расстояния между каждой парой вершин для графов со следующими матрицами расстояний



**Проведем 6 итераций, в каждой пытаясь улучшить пути, проходя через i-ую вершину.**

**Первая матрица - матрица кратчайших путей, вторая матрица - матрица предков на i-ом шаге.**

**0 итерация:**

**0 11 2 8 11 11**

**11 0 5 inf inf 1**

**inf 5 0 inf 2 1**

**2 inf inf 0 2 inf**

**inf 9 inf 2 0 7**

**inf 1 inf inf 7 0**

**Di Pi**

**1 2 3 4 5 6**

**1 2 3 4 5 6**

**1 2 3 4 5 6**

**1 2 3 4 5 6**

**1 2 3 4 5 6**

**1 2 3 4 5 6**

**1 итерация (через 1):**

**0 11 2 8 11 11**

**11 0 5 19 22 1**

**inf 5 0 inf 2 1**

**2 13 4 0 2 13**

**inf 9 inf 2 0 7**

**inf 1 inf inf 7 0**

**1 2 3 4 5 6**

**1 2 3 1 1 6**

**1 2 3 4 5 6**

**1 1 1 4 5 1**

**1 2 3 4 5 6**

**1 2 3 4 5 6**

**2 итерация (через 2):**

**0 11 2 8 11 11**

**11 0 5 19 22 1**

**16 5 0 24 2 1**

**2 13 4 0 2 13**

**20 9 14 2 0 7**

**12 1 6 20 7 0**

**1 2 3 4 5 6**

**1 2 3 1 1 6**

**2 2 3 2 5 6**

**1 1 1 4 5 1**

**2 2 2 4 5 6**

**2 2 2 2 5 6**

**3 итерация (через 3):**

**0 7 2 8 4 3**

**11 0 5 19 7 1**

**16 5 0 24 2 1**

**2 9 4 0 2 5**

**20 9 14 2 0 7**

**12 1 6 20 7 0**

**1 3 3 4 3 3**

**1 2 3 1 3 6**

**2 2 3 2 5 6**

**1 3 1 4 5 3**

**2 2 2 4 5 6**

**2 2 2 2 5 6**

**4 итерация (через 4):**

**0 7 2 8 4 3**

**11 0 5 19 7 1**

**16 5 0 24 2 1**

**2 9 4 0 2 5**

**4 9 6 2 0 7**

**12 1 6 20 7 0**

**1 3 3 4 3 3**

**1 2 3 1 3 6**

**2 2 3 2 5 6**

**1 3 1 4 5 3**

**4 2 4 4 5 6**

**2 2 2 2 5 6**

**5 итерация (через 5):**

**0 7 2 6 4 3**

**11 0 5 9 7 1**

**6 5 0 4 2 1**

**2 9 4 0 2 5**

**4 9 6 2 0 7**

**11 1 6 9 7 0**

**1 3 3 5 3 3**

**1 2 3 5 3 6**

**5 2 3 5 5 6**

**1 3 1 4 5 3**

**4 2 4 4 5 6**

**5 2 2 5 5 6**

**6 итерация (через 6):**

**0 4 2 6 4 3**

**11 0 5 9 7 1**

**6 2 0 4 2 1**

**2 6 4 0 2 5**

**4 8 6 2 0 7**

**11 1 6 9 7 0**

**1 6 3 5 3 3**

**1 2 3 5 3 6**

**5 6 3 5 5 6**

**1 6 1 4 5 3**

**4 6 4 4 5 6**

**5 2 2 5 5 6**

**Матрица кратчайших расстояний D:**